

1. (书面) 考虑一个一维的热方程:

$$\begin{cases} \partial_t u = \partial_{xx} u, & x \in (-\pi, \pi), \quad t > 0 \\ u(t, -\pi) = u(t, \pi) = 0, & t \geq 0 \\ u(0, x) = u_0(x), & x \in (-\pi, \pi) \end{cases} .$$

这里

$$u_0(x) = \begin{cases} -\sin x & -\pi \leq x \leq 0 \\ \sin x & 0 < x \leq \pi \end{cases} .$$

试用分离变量方法求解。

2. (编程) 试用向前欧拉差分方法求解上述系统, 给出迭代格式, 并判断 L^∞ 误差的收敛阶数。

3. (编程) 试用 Crank-Nicolson 差分方法求解上述系统, 与 2 中的解比较 L^∞ 误差。